

小学数学教材中“角的度量”单元内容编排 分析与比较

——以人教版、北师大版和浙教版为例

姜玉琴,王 婧*

(新疆师范大学 教育科学学院,新疆 乌鲁木齐 830017)

摘要:文章从教材编排体系、教学内容以及习题设置三个维度对人教版、北师大版和浙教版小学数学教材中“角的度量”单元相关内容的共性与差异性进行分析,发现其在教材内容编排方面均呈现递进式逻辑,习题设置注重思维开拓,以图形辅助文字表述的方式进行问题表征,问题结构以半开放型为主。人教版与北师大版关于角的相关知识单元分布于第一、二两个学段,浙教版则集中于第二学段。教学内容上,人教版强调支架式教学,北师大版注重生活经验,浙教版抽象度高。在习题设置方面,三版教材依次具备知识点涵盖面广、操作活动丰富、重逻辑推理的特点。教师可采用整合单元内容、丰富情境素材选取、直观操作与抽象概括相结合、优化习题设置等方式提升教学效果。

关键词:小学数学;角的度量;教材比较研究

中图分类号:G423.3

文献标识码:A

文章编号:1008-9659(2024)04-0068-07

角作为图形与几何领域中的重要学习内容,在小学数学阶段分为“角的初步认识”与“角的度量”两个单元;其中“角的度量”单元内包含角的概念与分类的深化与拓展,对学生深入理解角的数学概念相关知识和感悟度量单位所蕴含的数学思想具有深刻意义^[1]。因此,学者与一线教师针对该单元中的具体课例进行较多教学策略方面的探究,强调在操作过程中把握角的度量本质,适时渗透分类、数形结合、类比等数学基本思想^[2-4];同时,亦有研究以深度学习^[5]、核心素养^[6]、大观念^[7]等为视角,基于教材内容的分析与梳理,对“角的度量”单元内容进行单元整体教学设计。由此可见,“角的度量”单元已有研究主要集中于教学策略与单元教学设计的探讨;其中虽不乏对教材内容的关注,但大多基于人民教育出版社小学数学教材,立足本单元开展教材分析的结构化研究较少。本研究基于“角的度量”单元内容,构建了相应教材内容编排分析框架,以期厘清各版本教材中“角的度量”单元内容的编写特点,为教师合理运用教材开展教学实践提供参考。

1 研究设计

1.1 研究对象

结合教材的实际使用分布情况,文章选用人民教育出版社小学数学教材(2022年8月第2版,简称人教版)、北京师范大学出版社小学数学教材(2013年12月第1版,简称北师大版)以及浙江教育出版社小学数学教材(2010年10月第2版,简称浙教版)中“角的度量”单元相关内容作为对比分析对象。

1.2 研究问题

本研究采用定量分析和定性分析相结合的方法,对人教版、北师大版和浙教版小学数学教材中“角的度量”单元相关知识进行多维度比较,分析三版教材编写特点方面的异同。具体而言,主要包含以下两个问题:(1)三版教材中“角的度量”单元相关知识在教材编排体系、教学内容、习题设置方面的共性;(2)三版教

[收稿日期]2024-03-05

[修回日期]2024-05-06

[基金项目]新疆维吾尔自治区高校科研计划项目(XJEDU2021SI012)。

[作者简介]姜玉琴(1975-),女,副教授,主要从事教师教育方面研究,E-mail:649000580@qq.com.

*[通讯作者]王 婧(2000-),女,硕士研究生,主要从事课程与教学论方面研究,E-mail:1143052027@qq.com.

材“角的度量”单元相关知识在教材编排体系、教学内容、习题设置方面存在的差异。

1.3 分析框架

在已有教材对比分析文献的基础上,本研究结合上述三版教材中“角的度量”单元的具体教学内容,确立了本单元相关内容编排分析的框架(表1)。

表1 三个版本教材中“角的度量”单元内容编排分析框架

分析维度	具体指标	
教材编排体系	内容组织	“角的度量”单元相关教学内容及其组织顺序
教学内容	呈现形式	呈现角的概念、角的度量、角的分类、画角的具体形式
	检测内容	习题检测的知识点及其数量
习题设置	问题形式	符号形式、口头形式、视觉形式和组合形式
	问题结构	封闭型、半开放型、开放型

内容编排分析框架的分析维度由教材编排体系、教学内容以及习题设置组成。教材编排体系方面,内容组织指标旨在对角的度量相关教学内容及其组织顺序进行阐明;教学内容方面,以呈现形式为主要考查指标,对本单元中角的概念、角的度量、角的分类、画角相关教学内容的呈现形式进行对比与分析;习题设置方面,参照了徐文彬等人的教材内容编排分析框架,从检测内容、问题形式与问题结构三方面进行分析^[8]。其中,检测内容是指对习题对应知识点及其数量的分析;习题的问题形式依据Wang等人的研究,分符号形式、口头形式、视觉形式以及组合形式四种类型进行分析^[9];问题结构指标依据李鹏的教材比较研究,将其划分为封闭型、半开放型与开放型^[10]。

2 研究结果与分析

2.1 教材编排体系分析

基于角的重要性与复杂性,上述三版教材均将相关教学内容分为两部分进行编排。人教版教材中,两部分内容均为独立单元,分别为二年级上册“角的初步认识”单元与四年级上册“角的度量”单元;北师大教材中与之对应的内容分别为二年级下册“认识图形”单元中的“认识角”与“认识直角”以及四年级上册独立单元“线与角”;浙教版教材中的对应内容为“几何小天地”单元中的相关课时,即四年级上册中的“角的认识”与四年级下册中的“角的度量”“角的分类”。各版本教材“角的度量”单元教学内容如表2所示。

表2 三版教材“角的度量”单元教学内容

人教版	北师大	浙教版
线段、直线、射线	线的认识	角的度量
角	旋转与角	角的分类
角的度量	角的度量(一)	
角的分类	角的度量(二)	
画角		

首先,就“角的度量”单元前置知识的编排而言,三版教材在“角的初步认识”中均揭示了角的概念,对锐角、直角、钝角进行了初步介绍,并引入了重叠法来判断角的大小;区别在于人教版与北师大教材将该部分内容安排在二年级且仅揭示了角的静态概念,浙教版教材则将其安排在四年级且同时揭示了角的动态概念。其次,从“角的度量”单元教学内容来看,三版教材均基于角的度量属性对角的分类进行深化与拓展,并引入了量角器,用于比较角的大小与画角;区别为人教版与北师大教材在本单元中引入线的相关知识以完成对角的静态、动态概念的深化与揭示,浙教版教材则在角的初步认识之前完成了线及其位置关系的学习。最后,对三版教材中角的整体编排体系进行考量可发现,人教版与北师大教材编写时均参照了《义务教育数学课程标准(2011年版)》(简称2011年版课标)的教学要求,在第一学段结合生活情境认识角,了解锐角、直

角和钝角,完成“角的初步认识”,于第二学段“角的度量”单元中进一步明确角的分类与大小关系,能够利用量角器和三角板量角、画角^[11],在整体编排体系上呈较高相似性;而浙教版教材则在编写时未参照2011年版课标中的学段要求,将角的整体知识单元均置于第二学段中。

伴随教材的投入与使用,较多教师反映“角的初步认识”中的概念教学存在超出二年级学生认知水平的部分^[12]。因此将《义务教育数学课程标准(2022年版)》(简称新版课标)“角的初步认识”的学习调整至第二学段。总体而言,相较于另两版教材,浙教版教材中相关内容编排体系更贴合当下新版课标的要求。

2.2 教学内容分析

2.2.1 角的概念呈现形式

人教版教材与北师大版教材中关于角的概念的引入呈螺旋式上升趋势,由具体实物中抽象出角后,感悟角由一个定点与两条边组成;建立初步表征后,在线的体系中进一步揭示角的静态概念与动态概念。浙教版教材则在四年级上册“角的认识”中对角进行直接呈现,并基于已有“线”的知识对其静态概念与动态概念给出明确定义。

与浙教版相比,人教版与北师大版教材在角的概念揭示上经过生活素材的铺垫,与学生的生活经验更为贴合。但在结合线的学习进一步深化概念时揭示了角的两边实则为射线,射线并不可量,也不存在长短之说,与此前已有的“角的大小与边的长短无关”的表述产生了言语表述冲突。浙教版教材的概念呈现抽象度较高,但在教学伊始对“角的两边为射线”的揭示有助于学生自然而然地感悟到“角的大小与张口大小有关,与边无关”,巧妙规避了言语表述的冲突。

2.2.2 角的度量呈现形式

角的度量可细分为角的度量单位、角的度量工具两个部分。人教版教材与北师大版教材通过创设比较角的大小的情境,体会统一度量单位的必要性并引入角的度量单位及其度量工具——量角器。浙教版教材则先将角的度量单位与度量工具进行统一呈现后,将其具体操作步骤进行文字表述。

运用量角器进行角的度量时,浙教版教材对操作步骤及范例都进行了完整呈现,展现了较强的规范性与指导性;人教版教材与北师大版教材则以填空或提问的形式启发学生对量角的流程及要点进行自主归纳,强调教材的启发性与引导性。

2.2.3 角的分类呈现形式

三版教材在进一步学习角的分类之前,均基于直角的认识完成了角的初步分类。在本单元中,人教版教材依据度数将角的分类进一步细化,并阐明了周角、平角与直角之间的数量关系;北师大版教材通过观察体操表演等旋转活动,进而形象地完成对平角与周角特征的感知以及各类角大小关系的揭示;浙教版教材则通过对“ 90° 的角叫作直角”的揭示,以直角为基准完成了角的分类。

由此可见,在对角的分类进行细化时,人教版与浙教版教材均选择先引导学生掌握角的度量相关知识,再结合具体的度数将不同种类的角进行分类与关联。北师大版教材主张先突破“形”上的认识难点,在动态的旋转活动中依据各类角的直观大小完成对角的分类,引入度量单位后再补充各类角之间的数量关系,体现了逐步深入的认识特点。

2.2.4 画角呈现形式

在二年级学段,人教版与北师大版教材在进行角的初步认识时,便引入了利用直尺与三角板画角的内容。基于本单元利用量角器画出指定度数的角的要求,上述两版教材选择采用流程图的形式对画角的具体步骤进行演示(图1、2)。北师大版教材在演示前安排学生尝试与交流讨论,人教版相较北师大版则补充了画角具体步骤的文字表述。

画一个 60° 的角

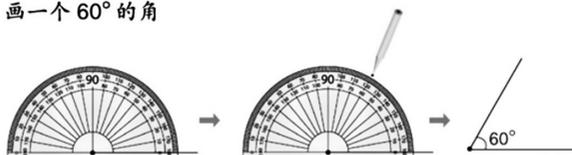


图1 人教版画角步骤流程图

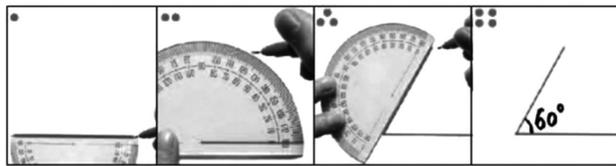


图2 北师大版画角步骤流程图

浙教版教材将画角的具体步骤以图文结合的方式进行了呈现(图3),其文字表述部分与人教版教材表

述基本一致。

用量角器画一个 60° 的角。

(1) 画射线 OA 。



(2) 使射线 OA 与量角器的 0 刻度线重合,点 O 与量角器的中心点重合。

(3) 在量角器 60° 刻度线的地方点一个点,写上字母 C 。

(4) 取下量角器,画射线 OC , $\angle AOC$ 就是 60° 的角。

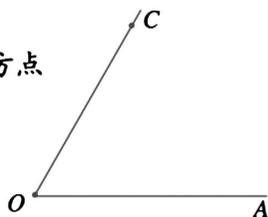


图3 浙教版画角步骤呈现方式

相较于北师大版教材,人教版教材与浙教版教材在画角方面体现了更强的指导性。因此在开展实际教学时,学生多先在教材或教师的指导下画角,后独立尝试按步骤画出指定度数的角,强调一般步骤的梳理与操作技能的形成;北师大版教材则让学生先独立尝试,积累一定直观经验之后,再引导学生对画角步骤进行归纳并提炼出相应的操作要点,体现了对学生自主探究以及方法提炼的重视。

2.3 习题设置分析

2.3.1 检测内容

三版教材配套习题的检测内容可细分为12种(表3),其中人教版教材习题检测内容覆盖面最广,北师大版教材次之,浙教版教材的检测内容较为集中。

表3 三版教材习题检测内容比较

检测内容	人教版		北师大版		浙教版	
	题数(个)	占比(%)	题数(个)	占比(%)	题数(个)	占比(%)
数角	1	3.57	0	0	0	0
量角	8	28.57	5	21.74	5	20.00
估角	2	7.14	3	13.04	1	4.00
角的大小比较	1	3.57	1	4.35	0	0
角的分类	4	14.29	4	17.39	4	16.00
画角	4	14.29	5	21.74	3	12.00
对顶角相等	2	7.14	0	0	4	16.00
各类角数量关系的推理	3	10.71	2	8.70	6	24.00
同弧所对的圆周角度数相等	1	3.57	0	0	0	0
优角	1	3.57	0	0	0	0
折纸获得指定度数或类型的角	1	3.57	2	8.70	2	8.00
三角形与四边形内角和	0	0	1	4.35	0	0
合计	28	100	23	100	25	100

由表3可知,三版教材配套习题的共同旨向为角的度量、角的分类、画角与各类角数量关系的推理。人教版教材重视学生思维延展性的培养,因此围绕角作了较多概念上的延伸,如对顶角、同弧所对的圆周角乃至优角,有助于学生更好地感知整个图形与几何领域知识的关联,增强其空间观念;北师大版教材习题素材生活气息浓厚,重视学生操作经验的积累。在习题中安排了较多需要学生动手操作的环节,如拨动钟表,观察时针与分针所形成的角,剪拼三角形、长方形纸片,探究三角形与四边形内角和等。在操作探究中实现了对知识点的巩固与拓展;浙教版教材相较于其余两版教材,在各类角数量关系的推理方面展现了较高的关注

度。在培养空间观念的同时,注重学生运算能力与推理意识的发展。

2.3.2 问题形式

依据问题的表述方式特点,可将问题形式分为符号形式、口头形式、视觉形式与组合形式。其中符号形式是指使用数学语言进行表述,即该问题中仅涉及数字、符号与表达式等;口头形式是指该问题将所含数学信息与生活情境融合后提出,使用的是生活化语言;视觉形式是指问题所含信息以图片、图形、表格等形式呈现;组合形式是指在一个问题中使用了上述两种及以上的形式进行表达。为方便数据统计与呈现,对影响问题形式的3类因素进行编码(见表4),其中A为符号形式,B为口头形式,C为视觉形式。

表4 三版教材问题形式比较

	符号形式		口头形式		视觉形式		组合形式			
	数量(个)	占比(%)	数量(个)	占比(%)	数量(个)	占比(%)	A+C	B+C	合计	占比(%)
人教版	3	15.00	2	10.00	0	0	14	1	15	75.00
北师大版	2	10.00	4	20.00	0	0	6	8	14	70.00
浙教版	2	12.50	0	0	0	0	10	4	14	87.50

由表4可知,三版教材的问题形式均以组合形式为主,且无单独以视觉形式呈现的问题。由于本单元中的重难点——“角的度量”需要学生通过使用量角器测量图例来感知,因此习题以组合形式为主具备一定合理性。三版教材在问题形式方面较为明显的区别在于,人教版与浙教版教材倾向于运用数学语言来表明题意,而北师大版教材更注重角在生活情境中的具体应用。

2.3.3 问题结构

依据问题的条件、策略以及结论是否确定,将问题结构分为封闭型、半开放型与开放型三类。为方便数据统计与呈现,对影响问题结构的三类因素进行编码(表5),其中A表示条件开放,B表示策略开放,C表示结论开放。

表5 三版教材问题结构比较

	封闭型		半开放型				开放型			
	数量(个)	占比(%)	B	C	A+B	B+C	合计	占比(%)	数量(个)	占比(%)
人教版	6	30.00	7	1	5	1	14	70.00	0	0
北师大版	5	25.00	3	1	3	7	14	70.00	1	5.00
浙教版	3	18.75	7	0	2	4	13	81.25	0	0

由表5可知,三版教材的习题均以半开放型与封闭型习题为主。封闭型习题主要考察量角、角的分类等基础知识点,半开放型习题则以考察估角、画角以及推理各类角的数量关系等策略开放型习题为主,与四年级学生抽象逻辑思维的发展需求相适应。总体而言,北师大版与浙教版教材习题设置的开放性较高,策略开放型习题与结论开放型习题的占比均高于人教版教材。

3 结论与建议

3.1 结论

3.1.1 三版教材共性:符合认知特点,呈现递进式教学逻辑

从共性来看,三版教材在教材编排体系方面,均严格遵守义务教育数学课程标准中的教学要求,结合课程标准与学生的认知特点,将角知识单元内容进行了合理组织与完整呈现。在具体教学内容的呈现上,无论是角的概念的揭示,角的分类的细化,还是角的度量方式的引入,均呈现层层递进、由具体走向抽象的特点;在教学“角的度量”与“画角”单元时,三版教材均为学生呈现了规范且翔实的流程,体现了较强的指导性。在习题设置方面,三版教材均在设置基础知识检测的基础上,安排了更高层次的变式练习,重视对学生数学思维的拓展。例如,人教版与浙教版教材中对顶角的引入,北师大版教材中对三角形与四边形内角和的

考查;此外,三版教材在各类角数量关系推理方面均展现了较高的关注度,重视空间观念发展的同时,也潜移默化地培养了学生的运算能力与推理意识。三版教材的习题均以图形或图片辅助文字表述为主要的的问题表征形式,且问题结构以半开放型与封闭型为主。充分体现了图形与几何领域知识学习的特点,对学生认知方式的关注,有助于学生直观地理解问题以及深入地思考问题。

3.1.2 三版教材差异:教学各有侧重,展现多样化编排思路

从教材编排体系上来看,人教版与北师大版教材选择在第一学段完成角的初步认识后,再结合线的知识体系进一步深化其概念与属性;浙教版教材则是在第二学段引入线的知识体系后,再展开角整体知识单元的学习。在教学内容呈现方面,三版教材均展现了鲜明的特色。人教版教材具备支架式教学的特点:在探究比较角的大小时,通过设置问题情境启发学生对角度量单位的思考;在量角的教学过程中,利用填空的形式引导学生自行归纳量角的具体步骤;在画角的教学过程中,先要求学生补全“有顶点与一边”的半个角,后画出完整的角。北师大版教材注重建立数学知识与生活的关联性:在“角的度量”单元中,出现的生活素材共有钟表、滑梯、躺椅等9种;设置了拨动钟表指针、制作活动角、折叠纸张感受角度变化等活动。浙教版对学生的抽象思维发展提出了较高要求:在引入角的概念、读法、记法以及角的分类时,选择直接呈现角并附以明确的文字表述,展现了较高的抽象性与系统性。在习题设置方面,相较于另两版教材,人教版教材的习题设置知识点范围更广,对思维水平的要求也更高;北师大版教材习题素材生活气息浓厚,注重学生操作经验的积累;浙教版教材设置了较多结合图形特征推算未知角度数的练习,强调知识的整合与综合运用。在问题形式上,北师大版教材倾向于运用生活化的言语表征问题,人教版与浙教版教材则多为数学化的表达。同时,三版教材习题设置的问题结构也略有不同,相较于人教版教材,北师大版与浙教版教材在问题结构上展现出更强的开放性。

3.2 建议

3.2.1 全局权衡单元内容的组织,增强数学学科综合性

由上文分析可知,三版教材在“角的度量”单元内容组织时均引入了线的知识体系来帮助建立与深化角的概念,其引入的时机会影响学生对角的边与动态角概念的理解。因此,教师运用各版本教材开展教学时,可根据学生的认知水平以及前后知识的建构情况,适当地对教学内容进行整合或对自身的教学语言表达进行调整,尽可能减少对学生认知产生的干扰;同时,可基于数学学科大背景进行跨学科整合。如融合物理学知识,结合激光测距仪使学生直观地感悟组成角的射线并无度量属性,因此其本身并不影响角的大小,使学生切实感悟数学学科的综合性。

3.2.2 丰富情境素材的选取,建立数学与生活的联系

《义务教育数学课程标准(2022年版)》在教学提示中指出,角的认识教学可以利用纸扇、滑梯等学生熟悉的事物或场景直观感知角^[13]。倡导从学生的现实生活出发,提供丰富的问题情境以激发其探究新知的动力。在分析“角的度量”单元的教学内容呈现方式时发现,浙教版教材在知识内容呈现时较少结合生活素材,“角”知识单元的学习过程中仅出现了一种生活素材。教师在利用浙教版教材开展授课时,可适当对生活素材进行补充。这在增强课堂趣味性的同时,有助于学生积极发掘数学与生活的关联性。

3.2.3 直观操作与抽象概括相结合,规范概念形成的全过程

数学抽象贯穿于整个义务教育阶段,其发展的一致性体现在让学生经历由直观到抽象的过程^[13]。北师大版教材注重学生自我探究的开展以及数学活动经验的积累,为学生安排了许多自主探究与小组讨论的环节,使学生在实际操作过程中进行直观感受并经历概念抽象的全过程;相较于另两版教材,北师大版教材在概念以及规范的揭示度方面有所欠缺。要求教师在重视学生直观操作的同时,关注学生抽象概括能力的发展;在学生动手操作或自主概括抽象概念时,适时对其操作步骤与言语表述进行引导与纠正,规范概念形成的全过程。

3.2.4 合理优化习题设计,适度拓展练习的纵深度

习题设置在课堂教学以及教学评价环节中均具备重要意义,其不仅关系教学质量检测,也关乎学生思维能力、创新能力与实践能力的培养。相较于另两版教材,人教版教材的习题设置知识点范围更广,对思维水平的要求也更高,这有助于推动学生思维的纵深发展;单元习题中“优角”的引入,存在引发学生数角时认

知冲突(数角时要不要数优角)的可能性。教师在教学优角的概念后应及时与学生说明“如无特殊说明,‘角’一般都指小于平角的角”,因而减轻学生的认知负荷以达到更好的教学效果。

参考文献:

- [1] 娜仁格日乐,史宁中.度量单位的本质及小学数学教学[J].数学教育学报,2018,27(06):13-16.
- [2] 冯根荣.小学数学“角的度量”教学策略的选择与探索[J].数学教学通讯,2018,(04):6-9,19.
- [3] 薛生林.亲历知识生成过程 渗透数学基本思想——例谈人教版四年级上册“角的度量”教学策略[J].教学与管理,2014,(02):43-45.
- [4] 孟振苹,郭莉莉,崔利芳.经历度量工具创生过程,发展学生量感——“角的度量”单元起始课的教学与思考[J].小学教学(数学版),2021,(05):16-19.
- [5] 杨艳丽.基于单元整体理念下的主题教学设计——以人教版小学数学教材四年级上册“角的度量”为例[J].辽宁教育,2021,(11):93-96.
- [6] 相珍珍.核心素养导向的小学数学大单元教学设计——以人教版四年级数学上册“角的度量”单元为例[J].新校园,2022,(08):23-25.
- [7] 邓柳华.大观念视角下小学数学大单元教学探索——以人教版四年级上册《角的度量》单元设计为例[J].福建基础教育研究,2023,(03):75-77.
- [8] 徐文彬,彭亮,任利平,等.小学数学教材中“认识三角形和四边形”的内容编排分析与比较——以“人教版”“苏教版”“北师大版”为例[J].数学教育学报,2021,30(02):1-7.
- [9] WANG T L, YANG D C. A Comparative Study of Geometry in Elementary School Mathematics Textbooks from Five Countries [J]. European Journal of STEM Education, 2016, 1(03): 58.
- [10] 李鹏.“中国”“美国”“巴西”数学教材“比和比例”内容的比较研究[J].数学教育学报,2016,25(06):46-50.
- [11] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2012:18-23.
- [12] 陈松玲,金海月.小学数学教材中“角的初步认识”内容编排的比较与分析——以人教版、苏教版和北师大版为例[J].南京晓庄学院学报,2019,35(03):40-46.
- [13] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022:31,93.

Analysis and Comparison of the Content Arrangement of the "Measurement of Corners" Unit in Primary School Mathematics Textbooks ——Taking the PEP Edition, BS Edition and ZJ Edition as Examples

JIANG Yu-qin, WANG Jing*

(School of Educational Science, Xinjiang Normal University, Urumqi, Xinjiang, 830017, China)

Abstract: A framework is established to analyze the similarities and differences in the content of the 'Measurement of Corners' unit across the PEP edition, BS edition, and ZJ edition of primary school mathematics textbooks, focusing on arrangement, content, and exercises. The textbooks feature a progressive organization, graphics for semi-open problems, and knowledge units distributed in stages. The PEP edition and BS edition distribute the knowledge units related to corners in the first and second stages, while the ZJ edition focuses on the second stage. The PEP edition emphasizes scaffolding, the BS edition highlights life experience, and the ZJ edition features a high degree of abstraction. The three editions of textbooks possess the characteristics of wide coverage of knowledge points, rich operational activities, and emphasis on logical reasoning. Teachers can improve teaching effectiveness by integrating unit content, selecting rich situational materials, combining intuitive operations with abstract summaries, and optimizing exercise settings.

Keywords: Primary school mathematics; Measurement of corners; Comparative study of teaching materials